M

No. of Printed Pages : 8

Second Terminal Examination – 2016-17

Subject : MATHEMATICS

Class : XI

Time : 3 hrs. **[M. M. : 100**

General Instructions :

(i) All questions are compulsory.

(ii) This question paper contains 29 questions.

(iii) Question nos. 1-4 in section A are very short answer type questions carrying 1 mark each.

(iv) Question nos. 5-12 in section B are short answer type questions carrying 2 marks each.

(v) Question nos. 13-23 in section C are long answer-I type questions carrying 4 marks each.

(vi) Question nos. 24-29 in section D are long answer-II type questions carrying 6 marks each.

सामान्य निर्देश :

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल 29 प्रश्न हैं।

(iii) खण्ड 'अ' के प्रश्न 1-4 अति लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक निर्धारित है।

(iv) खण्ड 'ब' के प्रश्न 5-12 लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित हैं।

(v) खण्ड 'स' के प्रश्न 13-23 दीर्घ उत्तर-I वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक निर्धारित हैं।

(vi) खण्ड 'द' के प्रश्न 24-29 दीर्घ उत्तर-II वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 6 अंक निर्धारित हैं।

SECTION 'A'

खण्ड 'अ'

1. Differentiate $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{x}$ with respect to x. 1

फलन $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

P.T.O.

2. Find the component statements for the compound statement : Number seven is prime and odd. 1

निम्न मिश्र कथन : '7 विषम और अभाज्य, दोनों ही प्रकार की संख्या है।' के घटक कथन ज्ञात कीजिए।

3. Solve for x : $x^2 + 3x + 9 = 0$. 1

x के लिए हल कीजिए : $x^2 + 3x + 9 = 0$.

4. If A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {2, 4, 6, 8}, then find A – B. 1

यदि A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {2, 4, 6, 8} तो A – B ज्ञात कीजिए।

SECTION 'B'

खण्ड 'ब'

5. (a) Write the contra positive of the statement : "If a triangle is equilateral then it is isosceles." 2

(b) Write the negation of the statement "All triangles are not equilateral triangles."

(a) निम्न कथन का प्रतिधनात्मक कथन लिखिए : ''यदि एक त्रिभुज समबाहु है, तो समद्विबाहु भी है।''

(b) निम्न कथन का निषेधन लिखिए :

''सभी त्रिभुज समबाहु त्रिभुज नहीं होते।''

6. Let A and B be two sets containing 3 and 6 elements respectively. Find the maximum and minimum number of elements in $A \cup B$. 2

यदि A और B दो समुच्चय हैं जिनमें क्रमशः 3 और 6 अवयव हैं। $A \cup B$ में अधिकतम और न्यूनतम अवयवों की संख्या कितनी होगी ?

7. Find the coordinate of the point R which divide the join of the points P(0, 0, 0) and Q(4, – 1, – 2) in the ratio 1 : 2 externally and verify that P is the mid point of RQ. 2

बिन्दु R के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दु P(0, 0, 0) और Q(4, – 1, – 2) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 1 : 2 में बाह्य विभाजित करता है और सत्यापित कीजिए कि P, RQ का मध्य बिन्दु है।

8. Find the derivative of $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ with respect to x. 2

फलन $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

9. If $z_1 = 2 - i, z_2 = -2 + i$, then find the value of $\text{Re}\left(\frac{z_1 z_2}{\overline{z_1}}\right)$. 2

यदि $z_1 = 2 - i, z_2 = -2 + i$ हो तो $\text{Re}\left(\frac{z_1 z_2}{\overline{z_1}}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

10. Find the range of the real function $f(x) = 1 - |x - 2|$. 2

वास्तविक फलन $f(x) = 1 - |x - 2|$ का परिसर ज्ञात कीजिए।

11. Using binomial theorem, prove that $6^n - 5n - 1$ is divisible by 25, $\forall\, n \in \text{N}$. 2

द्विपद प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए $6^n - 5n - 1$, 25 से विभाज्य है, n एक धन पूर्णांक है।

12. If the letters of the word ALGORITHM are arranged at random in a row, what is the probability that the letter G, O and R must remain together ? 2

यदि शब्द ALGORITHM के सभी अक्षरों को यादृच्छिक रूप में एक पंक्ति में व्यवस्थित किया जाए तो इसकी क्या प्रायिकता होगी कि अक्षर G, O तथा R हमेशा एक-साथ होंगे ?

SECTION 'C'

खण्ड 'स'

13. Find the general solution of the equation : 4

$$\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$$

समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$\sin 2x - \sin 4x + \sin 6x = 0$$

14. Find the equation of the circle which passes through the points (2, – 2), (3, 4) and has its centre on the line $2x + 2y = 7$. 4

बिन्दुओं (2, – 2) और (3, 4) से होकर जाने वाले उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र रेखा $2x + 2y = 7$ पर स्थित है।

OR/अथवा

Find the equation of the hyperbola whose foci are $(\pm 3\sqrt{5}, 0)$ and the length of latus rectum is 8 units.

उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ $(\pm 3\sqrt{5}, 0)$ और नाभिलंब जीवा की लम्बाई 8 हो।

15. Find the sixth term of the expansion $\left(y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}\right)^n$, if the binomial coefficient of the third term from the end is 45. 4

$\left(y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}\right)^n$ के प्रसार में छठा पद ज्ञात कीजिए यदि अंत से तीसरे पद का द्विपद गुणांक 45 हो।

16. Three squares of a chess board are selected at random. Find the probability of selecting two squares of one colour and the other of a different colour. What is the importance of games in life ? 4

शतरंज के तीन वर्गों को यादृच्छया चुना जाता है। एक ही रंग के दो वर्गों तथा अन्य विपरीत रंग के वर्ग की चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। खेलों का जीवन में क्या महत्व है ?

17. In how many of the distinct permutations of the letters in MISSISSIPPI do the four I's not come together ? 4

MISSISSIPPI शब्द के अक्षरों से बने भिन्न-भिन्न क्रमचयों में से कितनों में चारों I एक साथ नहीं आते हैं ?

18. In a plane there are 27 straight lines, of which 13 pass through the point A and 11 pass through the point B. Besides, no three lines pass through one point, no line passes through both points A and B and no two are parallel. Find the number of points of intersection of the straight lines. 4

एक समतल में कुल 27 सीधी रेखाएँ हैं जिनमें से 13 बिन्दु A से गुजरते हैं तथा 11 बिन्दु B से गुजरते हैं। इसके अतिरिक्त, कोई भी तीन रेखाएँ एक ही बिन्दु से होकर नहीं गुजरतीं, कोई भी रेखा दोनों बिन्दु A तथा B से होकर नहीं गुजरती, कोई भी दो रेखाएँ समांतर नहीं हैं। इन सरल रेखाओं के प्रतिच्छेदी बिन्दुओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

19. Is $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ a function ? Justify. If this is described by the relation $g(x) = ax + b$ then what value should be assigned to a and b ? 4

क्या $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ एक फलन है ? कारण भी बताइए। यदि इसे सम्बन्ध $g(x) = ax + b$ द्वारा दर्शाया गया हो तो a और b का क्या मान निर्धारित होना चाहिए ?

20. If A = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Let R be a relation on A defined by $\{(x, y) : x \in A, y \in A$ and x divides $y\}$. 4

(a) Draw arrow diagram of R.

(b) Find :

(i) R in roaster form.

(ii) Domain of R

(iii) Range of R

यदि A = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.माना R, A पर {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A और x संख्या y को यथावत विभाजित करती है} द्वारा परिभाषित एक सम्बन्ध है।

(a) R का किरण आलेख बनाइए।

(b) ज्ञात कीजिए :

(i) R रोस्टर रूप में

(ii) R का प्रांत

(iii) R का परिसर

21. Find the square root of $2-2\sqrt{3}i$. 4

$2-2\sqrt{3}i$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

If $a+ib=\frac{c+i}{c-i}$; $a, b, c \in R$ then show that $a^2+b^2=1$ and $\frac{b}{a}=\frac{2c}{c^2-1}$.

यदि $a+ib=\frac{c+i}{c-i}$; $a, b, c \in R$ हो तो दिखाइए कि $a^2+b^2=1$ और $\frac{b}{a}=\frac{2c}{c^2-1}$ होगा।

22. Solve the following system of linear inequalities graphically : 4

$$x-2y \leq 3$$
$$3x+4y \geq 12$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 1$$

निम्न असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$$x-2y \leq 3$$
$$3x+4y \geq 12$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 1$$

23. Evaluate:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$$

OR/अथवा

Find the derivative of $x \sin x$ with respect to x from first principle of derivative.

अवकलन के प्रथम सिद्धांत से फलन $x \sin x$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

SECTION 'D'

खण्ड 'द'

24. Find the mean, variance and standard deviation for the following data : 6

Class-interval	Frequency
30-40	3
40-50	7
50-60	12
60-70	15
70-80	8
80-90	3
90-100	2

निम्नलिखित आँकड़ों का माध्य, प्रसरण तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए :

वर्ग-अंतराल	बारंबारता
30-40	3
40-50	7
50-60	12
60-70	15
70-80	8
80-90	3
90-100	2

25. Find the direction in which a straight line must be drawn through the point $(-1, 2)$ so that its point of intersection with the line $x + y = 4$ may be at a distance of 3 units from this point. 6

बिन्दु $(-1, 2)$ से खींची जा सकने वाली उस रेखा की दिशा ज्ञात कीजिए जिसका रेखा $x + y = 4$ से प्रतिच्छेद बिन्दु दिए गए बिन्दु से 3 इकाई की दूरी पर है।

OR/अथवा

The hypotenuse of an isosceles right angled triangle has its ends at the points $(1, 3)$ and $(-4, 1)$. Find the equation of the legs (perpendicular sides) of the triangle.

समद्विबाहु समकोण त्रिभुज के कर्ण के अंत बिन्दु $(1, 3)$ और $(-4, 1)$ हैं। त्रिभुज के पाद (समकोणीय भुजाओं) के समीकरण ज्ञात कीजिए।

26. Between 1 and 31, m numbers have been inserted in such a way that the resulting sequence is an AP and the ratio of 7th and $(m-1)$th numbers is 5 : 9. Find the value of m. 6

m संख्याओं को 1 और 31 के बीच में रखने पर प्राप्त अनुक्रम एक समांतर श्रेणी है। 7वीं और $(m-1)$वीं संख्याओं का अनुपात 5 : 9 है। m का मान ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

Let S be the sum, P the product and R the sum of reciprocals of n terms of a G. P. Prove that $P^2R^n = S^n$.

किसी गुणोत्तर श्रेणी में S, n पदों का योग, P उनका गुणनफल तथा R उनके व्युत्क्रमों का योग हो तो सिद्ध कीजिए कि $P^2R^n = S^n$.

27. In a town of 10000 families it was found that 40% families buy newspaper A, 20% families buy newspaper B, 10% families buy newspaper C, 5% of families buy newspaper A and B, 3% of families buy newspapers B and C and 4% of families buy newspapers A and C. If 2% of families buy all the three newspapers, find :

(a) the number of families which buy newspaper A only.

(b) the number of families which buy none of the newspapers A, B and C. 6

एक 10000 परिवार वाले कस्बे में यह पाया गया कि 40% परिवार समाचार-पत्र A खरीदते हैं, 20% परिवार समाचार-पत्र B खरीदते हैं, 10% परिवार समाचार-पत्र C खरीदते हैं, 5% परिवार समाचार-पत्र A और B खरीदते हैं, 3% परिवार समाचार-पत्र B और C खरीदते हैं, 4% परिवार समाचार-पत्र A और C खरीदते हैं। यदि 2% परिवार तीनों समाचार-पत्र खरीदते हों, तो निम्न ज्ञात कीजिए :

(a) उन परिवारों की संख्या जो केवल समाचार-पत्र A खरीदते हैं।

(b) उन परिवारों की संख्या जो A, B और C कोई भी समाचार-पत्र नहीं खरीदते हैं।

28. Prove that : 6

$$\cos^2 x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}.$$

सिद्ध कीजिए :

$$\cos^2 x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}.$$

OR/अथवा

If $x\cos\theta = y\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = z\cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$ prove that $xy + yz + zx = 0$.

यदि $x\cos\theta = y\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = z\cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$ हो तो सिद्ध कीजिए $xy + yz + zx = 0$.

29. Using principle of mathematical induction for all $n \in N$, prove that : 6

$$1\cdot 3 + 2\cdot 3^2 + 3\cdot 3^3 + \ldots\ldots + n\cdot 3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4}.$$

गणितीय आगमन के सिद्धांत का प्रयोग करके सभी $n \in N$ के लिए सिद्ध कीजिए :

$$1\cdot 3 + 2\cdot 3^2 + 3\cdot 3^3 + \ldots\ldots + n\cdot 3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4}.$$

28. Prove that : 8

$$\cos^2 x + \cos^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}.$$

सिद्ध कीजिए :

$$\cos^2 x + \cos^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}.$$

OR/अथवा

If $x\cos\theta = y\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) = z\cos\left(\theta+\frac{4\pi}{3}\right)$ prove that $xy + yz + zx = 0$.

यदि $x\cos\theta = y\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) = z\cos\left(\theta+\frac{4\pi}{3}\right)$ हो तो सिद्ध कीजिए $xy + yz + zx = 0$.

29. Using principle of mathematical induction for all $n \in N$, prove that : 6

$$1\cdot 3 + 2\cdot 3^2 + 3\cdot 3^3 + \ldots\ldots + n\cdot 3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}.$$

गणितीय आगमन के सिद्धांत का प्रयोग करके सभी $n \in N$ के लिए सिद्ध कीजिए :

$$1\cdot 3 + 2\cdot 3^2 + 3\cdot 3^3 + \ldots\ldots + n\cdot 3^n = \frac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}.$$